

Kurvendiskussion 01

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Funktion $f : x \mapsto \frac{x^2}{x^2 - 4}$, mit dem maximalen Definitionsbereich \mathbb{D} und dem

Graphen G_f .

- Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich zu f und das Verhalten von f an den Grenzen von \mathbb{D} .
- Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen von f und den Y-Achsen Schnittpunkt.
- Bestimmen Sie die Gleichungen aller Asymptoten von f .
- Berechnen Sie die Koordinaten aller lokalen Extrema von f und bestimmen Sie die Art aller auftretenden Extrema.

$$[\text{Zwischenergebnis: } f'(x) = \frac{-8x}{(x^2 - 4)^2}]$$

- Weisen Sie nach, dass die Funktion keinen Wendepunkt besitzt und bestimmen Sie die Gleichung der Tangente T an G_f im Punkt $(3/1,8)$.
- Zeichnen Sie den Graphen G_f , sämtliche Asymptoten und die Tangente T in ein kartesisches Koordinatensystem, im Bereich $-4 \leq x \leq 4$, $2\text{cm} \equiv 1\text{LE}$, für x- und y-Achse.
- Ermitteln Sie die allgemeine Stammfunktion zu der Funktion $g : x \mapsto \frac{f(x)}{x}$ und berechnen Sie den Wert des Integrals über g auf dem Intervall $[-1;1]$.

Aufgabe 2:

Die Funktion $f : x \mapsto \frac{e^x}{1 - e^x}$ sei in der maximalen Definitionsmenge \mathbb{D} . Der Graph der Funktion in

einem kartesischen Koordinatensystem heißt G_f .

- Bestimmen Sie \mathbb{D} und das Verhalten von f an den Rändern von \mathbb{D} .
- Geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.
- Berechnen Sie das Integral $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_1^a f(x) dx$.